

Matematyka kontra racjonalizm

dodane: 2016-03-02

Jak wiadomo matematyka należy do dziedziny tak zwanych uniwersaliów (zwanych też powszechnikami), czyli jej konstrukcje nie występują w świecie rzeczywistym i są jedynie tworem ludzkiego mózgu. Tu zaczynają się właśnie przysłowiowe schody wzięwszy pod uwagę to, że dla racjonalistów realne jest tylko to, co można „potwierdzić empirycznie”. Matematyki nie da się jednak „potwierdzić empirycznie” i tym samym robi się ciekawie.

Istnieje pewien z pozoru drobny ale w rzeczywistości mocny argument jaki można użyć w polemikach z racjonalistami. Jest nim matematyka. Czy istnieje jakieś matematyczne twierdzenie przeciw racjonalizmowi? Oczywiście, że nie. Chodzi o coś zupełnie innego. Jak wiadomo matematyka należy do dziedziny tak zwanych uniwersaliów (zwanych też powszechnikami), czyli jej konstrukcje nie występują w świecie rzeczywistym i są jedynie tworem ludzkiego mózgu. Tu zaczynają się właśnie przysłowiowe schody wzięwszy pod uwagę to, że dla racjonalistów realne jest tylko to, co można „potwierdzić empirycznie”. Matematyki nie da się jednak „potwierdzić empirycznie” i tym samym robi się ciekawie. Racjoniści twierdzą, że jedynym sposobem pewnego docierania do prawdy o świecie są dla nich nauki szczegółowe. Jednakże dwie główne dziedziny nauk szczegółowych, takie jak fizyka i biologia, opierają się w dużej mierze również na matematyce (ta druga mniej niż ta pierwsza). Racjoniści mają więc problem. Co gorsza, logika, na której opierają się nauki szczegółowe (choć to nie do końca prawda), również jest jedynie tworem ludzkiego umysłu i także nie da się jej „potwierdzić empirycznie”.

Wróćmy do matematyki. Spory na temat jej relacji do rzeczywistości odbywały się już ponad 100 lat temu i zostały rozstrzygnięte na korzyść tych, którzy twierdzili, że matematyki nie da się odnieść w sposób pewny do rzeczywistości. Zauważał to już w starożytności słynny sceptyk Sekstus Empiryk, który wskazał, iż takie pojęcie jak liczba w ogóle nie istnieje w świecie rzeczywistym gdyż rzeczy do których odnosimy intuicyjnie liczby są niepoliczalne a liczby zakładają tę właśnie policzalność *per se*[1]. Nie był to jedyny argument jakiego użył Sekstus, jaki napisał również rozprawę *Przeciw Geometrom*, w której wskazał na jeszcze więcej problemów istniejących w matematyce.

Spór o zasadność matematyki odżył w nowożytności gdy zaczęły pojawiać się pierwsze oświeceniowe tezy „racjonalistów” o pewności jaką można uzyskać jedynie dzięki naukom szczegółowym. Podczas gdy „empirysta” John Stuart Mill opowiadał jeszcze naiwne bajki o tym, że matematyka jest bezwzględnie pewna i można ją potwierdzić obserwacjami, to te idealistyczne poglądy nie utrzymały się zbyt długo. Niejaki M. Goldbach wstąpił na katedrę i zadał matematykom pewne twierdzenie oparte na zagadce nawiązującej do liczb parzystych, której nie byli przez lata w stanie ani dowieść, ani obalić. Wykazał w ten sposób, że twierdzenia matematyki nie są oczywiste a więc nie są również pewne[2]. Potem to samo wykazał niejaki Humpty Dumpty, używając jednak innego przykładu[3]. Z czasem było już tylko gorzej a spór robił się coraz bardziej skomplikowany. W geometrii euklidesowej wzięto pod lupę aksjomaty, które miały być oczywiste same przez się. Aksjomat tak zwanych prostych równoległych[4] okazał się jednak być bardzo problematyczny i pomimo wielu prób obrony pozostał wątpliwy. W późniejszym czasie stworzono inne niż euklidesowa geometrie, które były nie gorsze. Dokonał tego Rosjanin Łobaczewski i Węgier o nazwisku Bolyai. Po nich wykazano, że istnieją jeszcze inne geometrie, tak zwana trzecia podstawowa, jak i nieskończenie wiele geometrii mieszanych. Kant wcześniej twierdził, że matematyka jest pewna gdyż jest tylko jedna geometria, którą nasz umysł automatycznie narzuca światu. Okazuje się, że gdy jednak nasz umysł stanie przed wyborem tego, która z tych wielu geometrii powinna się odnosić do świata, to jesteśmy w kropce. Zarzut ten jest nie do odparcia. Tym samym od tego momentu nie da się udowodnić, że matematyka odnosi się w sposób pewny do świata.

Przyjęto więc stanowisko nieco wycofane, czyli takie, że matematyka jest pewna ale w obrębie nie wykraczającym poza nią samą i po przyjęciu za słuszne jej aksjomatów. Matematyka nie jest w stanie dowieść własnych twierdzeń „w zastosowaniu” na mocy jedynie siebie samej i pozostawia to nauce. Matematyka nie może się także wypowiadać o prawdziwości własnych aksjomatów. W przypadku błędnych aksjomatów wszystkie jej dalsze twierdzenia będą również błędne.

Matematyka stanowi więc jedynie pewną formę, którą wypełniamy taką lub inną treścią, ale sama w sobie nie dowodzi nic. Weźmy choćby aksjomat „Dla każdych dwóch x istnieje takie y , że oba x pozostają do y w relacji R ”. Czy ten aksjomat jest prawdziwy? Wszystko zależy od tego co podstawimy pod x , y i R . Aksjomat ten jest jawnie fałszywy w zastosowaniu do psów-gryzących-

kota. Nie jest bowiem prawdą, że dla każdego dwóch psów istnieje taki kot, którego oba gryzą. Jeżeli jednak pod x podstawimy mężczyzn, pod y kobiety, a R uznamy za sympatię, to wtedy aksjomat ten wydaje się już jak najbardziej prawdziwy bo każdej kobiecie można przypisać dwóch mężczyzn ją lubiących.

Tak więc matematyka sama w sobie nie może dowieść ani prawdziwości siebie samej i swych aksjomatów, ani prawdziwości danej nauki, bo wszystko i tak zależy dopiero od tego czy podstawione aksjomaty są prawdziwe. Tego jednak czy są one prawdziwe matematyka nadal nie jest w stanie rozstrzygnąć bo wykracza to poza nią samą. Nauka też zresztą nie jest w stanie sama tego rozstrzygnąć bo jej orzeczenia popadłyby wtedy w błędne koło, ale to już temat na inną dyskusję. W każdym bądź razie, jak widać, można wykreować cały system matematyczny, który byłby jednak błędny, gdybyśmy stworzyli go z błędnych aksjomatów. Matematyka sama w sobie nie dowodzi więc niczego w odniesieniu do świata, jest pusta jak naczynie, które należy dopiero wypełnić jakąś treścią. Ale czy ta treść jest prawdziwa to matematyka już nie jest w stanie w ogóle ocenić. Wszystkie te rozważania podsumował nikt inny jak Albert Einstein, który nie mógł tego zrobić lepiej gdy powiedział: „Gdy prawa matematyki dotyczą rzeczywistości, są niepewne; gdy są pewne, to jej nie dotyczą”[5].

Gwóźdź do trumny tych wszystkich rozważań wbił niejaki Kurt Gödel, który wykazał, że aksjomatyka matematyki na zawsze pozostanie systemem niezupełnym: „W matematycznym *tour de force* Gödel udowodnił, że w matematyce zawsze będą istniały twierdzenia, których poprawności czy niepoprawności nie da się uzasadnić na podstawie aksjomatów arytmetyki, co oznacza, że arytmetyka zawsze pozostanie niekompletna”[6].

Wróćmy teraz ponownie do matematyki i jej „esencji”. Czy abstrakcyjne pojęcia z dziedziny matematyki i logiki istnieją w ogóle realnie? Weźmy choćby oczywiste na pozór działanie matematyczne $2 + 2 = 4$. Jesteśmy do tego działania tak silnie przyzwyczajeni, że wydaje nam się ono oczywistym pewnikiem. Ale czy tak jest na pewno? Zauważmy, że ani liczba 2, ani znaki takie jak „+” i „=” nie istnieją w świecie zewnętrznym a jedynie w naszych głowach. Z punktu widzenia racjonalisty opierającego się ponoć wyłącznie na „empirii” są więc już wątpliwe. Gdy patrzymy na dwa stoły naprzeciw siebie to tylko wydaje się nam, że są one „dwa”. Liczba „2” powstaje dopiero w naszej głowie po wykonaniu pewnej operacji sumującej. Jednak taki koncept nie istnieje w świecie zewnętrznym ani w tak zwanej gołej przyrodzie. To jedynie przekształcenie w naszym mózgu ale przecież ten z punktu widzenia racjonalisty ateisty jest jedynie zbiorem zmian stanów elektrochemicznych, którym nie można przypisać statusu prawdy bo nie wiadomo skąd miałby się tam znaleźć mechanizm ją gwarantujący. Tak więc w świecie poza naszym umysłem nie istnieje ani „2”, ani „+”, ani „=”. To są jedynie aksjomatyczne abstrakcje i tym samym nawet tak prosta operacja jak $2 + 2 = 4$, dokonana w naszym mózgu, nie może być pewna z punktu widzenia materialistycznej koncepcji świadomości. *A co dopiero mówić o bardziej skomplikowanych działaniach matematycznych, lub tych, które są związane z zaawansowaną metodologią naukową?* Są one *jeszcze mniej pewne*. Czy liczba Pi da się gdzieś zaobserwować w namacalnej rzeczywistości, którą ateista i materialista bada ponoć wyłącznie empirycznie? Matematyka zajmuje się wyłącznie idealnymi i uniwersalnymi obiektami a takie nie istnieją w naszym świecie, co ponownie stawia pod znakiem zapytania jej relację do rzeczywistości.

Tak więc nawet powoływanie się czasem przez racjonalistów na matematykę, która ma rzekomo uprawomocnić ich twierdzenia o świecie, jak też i twierdzenia nauki o świecie, jest działaniem bezcelowym i błędnym.

Jan Lewandowski, marzec 2016

[1]Sektus Empiryk, *Przeciw Arytmetykom*, 11-13, w: *Przeciw Uczonym*, Kęty 2007, s. 135.

[2]Por. J. G. Kemeny, *Nauka w oczach filozofa*, Warszawa 1967, s. 28.

[3]Tamże, s. 34-35.

[4]Brzmi on: „Jeżeli dana jest prosta i punkt poza prostą, to przez punkt ten można przeprowadzić tylko jedną prostą równoległą do danej”.

[5]J. G. Kemeny, *Nauka w oczach filozofa*, dz. cyt., s. 41.

[6]Michio Kaku, *Hiperprzestrzeń*, Warszawa 1995, s. 309.